

EFFETS DE LA DESORIENTATION DES GRAINS SUR LE COMPORTEMENT VISCOPLASTIQUE DES POLYCRISTAUX C.F.C.

A. ZAOUÏ

Chargé de Recherche au C.N.R.S., Laboratoire de Mécanique des Solides, Ecole Polytechnique, Paris, France

Résumé—On présente une étude théorique et expérimentale de certaines propriétés viscoplastiques des polycristaux c.f.c. qui sont liées à la différence d'orientation des grains de l'agrégat et aux contraintes internes qui en résultent. A partir d'une évaluation approchée de ces dernières dans le cas de l'écoulement viscoplastique, on construit un modèle statistique dont on étudie la réponse à différentes sollicitations en traction simple. L'accord satisfaisant obtenu avec les résultats expérimentaux permet en particulier de dégager l'existence d'un effet intergranulaire d'"entraînement" viscoplastique et de souligner l'intérêt d'une prise en compte analytique de la contribution de chaque famille de grains de même orientation au comportement viscoplastique du polycristal.

1. INTRODUCTION

LES polycristaux métalliques présentent certaines propriétés mécaniques en régime plastique qui sont directement liées à la présence de joints de grains, séparant des cristaux d'orientation différente, et aux contraintes internes qui en résultent. La déformation plastique s'effectue, en effet, dans chaque grain par glissements selon certains systèmes cristallins géométriquement bien définis; or l'orientation de ces systèmes de glissement varie de grain à grain d'une façon aléatoire, de telle sorte que la déformation plastique est globalement incompatible (même si elle est supposée homogène, ou simplement compatible, dans chaque grain pris séparément). Il s'établit par conséquent une distribution de déformations élastiques additionnelles, qui assurent la compatibilité de la déformation totale, et auxquelles sont associées des contraintes internes. Le système de ces contraintes internes est auto-équilibré, nul en moyenne, mais ses effets sur la distribution de la déformation plastique et sur l'écoulement viscoplastique ne sont pas négligeables: c'est précisément l'étude de l'influence des contraintes internes dues à la désorientation des grains sur le comportement viscoplastique du polycristal qui est entreprise dans cet article.

La résolution rigoureuse de ce problème se heurte à de nombreuses difficultés, avant tout en ce qui concerne l'évaluation des contraintes internes dans le cas de la viscoplasticité. Cette question peut être abordée selon deux points de vue différents:

— ou bien on considère un ensemble fini de grains, dont on précise la position dans l'espace et l'orientation; on peut alors ainsi résoudre, au moins numériquement, un certain nombre de cas particuliers typiques, et essayer d'en déduire des enseignements généraux;

— ou bien on considère un ensemble infini de grains, dont on ne décrit pas la répartition dans l'espace, mais pour lesquels on adopte une loi statistique continue de distribution des orientations. Cela permet de ramener le problème à celui de l'interaction entre une inclusion particulière, de caractéristiques données—mais variables—et l'ensemble de tous les

autres grains, constituant une "matrice" infinie qui peut être considérée comme physiquement homogène. On a alors à résoudre un problème de type intégral puisque les contraintes dans l'inclusion ne peuvent être calculées que si l'on connaît le comportement de la matrice, et que ce dernier s'obtient lui-même, par une opération de moyenne, à partir des quantités locales, évaluées dans les différents grains, dont chacun est tour à tour considéré comme inclusion. Quand ce problème est résolu, on peut en exprimer la solution sous la forme d'une "loi d'interaction" *a posteriori*, donnant l'expression, à tout instant, des contraintes internes dans un grain quelconque en fonction de diverses grandeurs, locales et moyennes, tout au moins pour le trajet de charge ou de déformation étudié, et pour une loi de comportement du monocristal donnée.

Lin [1] en élastoplasticité et Mandel [2] en viscoplasticité ont posé le problème général suivant le premier point de vue et Lin a étudié un exemple d'application. En raison de la difficulté, et donc du caractère très restreint des applications possibles, c'est le second point de vue qui est le plus généralement adopté. Mais, dans ce cas, les auteurs évitent en général la résolution du problème intégral mentionné ci-dessus au moyen d'une hypothèse simplificatrice de base sur le mode d'accommodation de la matrice à l'inclusion, et qui permet de formuler une loi d'interaction *a priori*. C'est le cas des modèles polycristallins classiques :

- celui de Sachs [3], si l'on suppose que la cission réduite τ pour le système principal est la même dans tous les grains ;
- celui de Taylor [4], si l'on suppose que la déformation totale locale ϵ_{ij} est la même partout, et égale à la grandeur moyenne macroscopique E_{ij} ;
- celui de Kröner [5, 6], si l'on suppose que l'accommodation de la matrice à l'inclusion se fait de manière purement élastique (voir plus loin).

C'est également le second point de vue qui est adopté ici dans le but d'étudier le comportement viscoplastique des polycristaux sans faire les hypothèses restrictives précédentes. On se limitera à la structure c.f.c. et au cas de la traction simple. On supposera de plus (hypothèses *H*), afin de pouvoir mener les calculs à bien et en tirer des conclusions précises, capables d'être confrontées à l'expérience, que les grains sont de forme sphérique et ne peuvent se déformer plastiquement que par glissement unique, suivant le système principal et selon la loi d'écoulement de Bingham (avec éventuellement un écrouissage propre linéaire). Dans ces conditions il sera possible, sur la base d'un calcul exact dans le cas de la viscoélasticité linéaire anisotrope, de préciser de quelle manière la prise en compte de la viscosité et de l'accommodation viscoplastique modifie l'évaluation des contraintes internes telle qu'elle est donnée par la loi de Kröner. On définira alors un modèle statistique dont l'étude permettra de dégager certaines propriétés mécaniques (notamment un effet d'"entraînement" viscoplastique au glissement) propres aux polycristaux, et confirmées par l'expérience.

2. EVALUATION DES CONTRAINTES INTERNES

Nous prenons pour point de départ le modèle de Kröner, repris et explicité notamment par Budiansky et Wu [6]. Ce modèle, dit "autoéquilibré" (self-consistent) parce qu'il respecte la propriété d'autoéquilibre du système des contraintes internes, est en effet le mieux approché dans le cas des petites déformations auquel nous nous limitons : cela tient au fait qu'il s'appuie sur le calcul rigoureux, fait par Eshelby [7] de la contrainte résiduelle

σ_{ij} dans une inclusion sphérique, ayant subi la déformation plastique ε_{ij}^p , entourée d'une matrice élastique infinie non chargée. Dans ces conditions, Eshelby montre que σ_{ij} est homogène dans l'inclusion, et vaut :

$$\sigma_{ij} = -2\mu(1 - \beta)\varepsilon_{ij}^p \quad (1)$$

où μ est le module élastique de cisaillement de la matrice et β un coefficient ne dépendant que du coefficient de Poisson ν de la matrice et voisin de $\frac{1}{2}$.

A partir de ce calcul, Kröner envisage le cas d'un agrégat polycristallin, soumis à la contrainte appliquée Σ_{ij} homogène, et dont les différents grains ont subi une déformation plastique ε_{ij}^p , de valeur moyenne E_{ij}^p , supposée égale, dans l'hypothèse de l'élasticité isotrope, à la déformation plastique macroscopique. Dans ces conditions, en étudiant l'équilibre des contraintes dans toute section du polycristal, Kröner propose la loi d'interaction *a priori* suivante :

$$\sigma_{ij} = \Sigma_{ij} + 2\mu(1 - \beta)(E_{ij}^p - \varepsilon_{ij}^p). \quad (2)$$

Or il est facile de montrer, en étendant le calcul d'Eshelby au cas où la matrice a une déformation plastique homogène E_{ij}^p (par exemple en utilisant une méthode employée dans le cas élastique par Hashin [8]), que la relation (2) suppose que l'accommodation de la matrice à l'écart de déformation plastique ($E_{ij}^p - \varepsilon_{ij}^p$) se fait de façon purement élastique [9]—ce qui apparaît clairement par l'intervention du seul coefficient élastique $\mu(1 - \beta)$ dans la relation (2). Une telle hypothèse sur le mode d'accommodation aboutit donc à une surestimation des contraintes internes dans le cas de l'écoulement viscoplastique : elle ne tient en effet pas compte de la relaxation viscoplastique de ces contraintes internes par l'accommodation plastique de la matrice au voisinage de l'inclusion. Par contre, la formule de Kröner doit donner une bonne approximation au tout début de l'écoulement ou encore dans le cas où les grains en écoulement plastique sont suffisamment dispersés dans la matrice pour que chacun puisse être considéré comme entouré d'une zone en régime élastique.

Des conclusions plus précises peuvent être tirées de la résolution du problème intégral mentionné plus haut dans un cas particulièrement simple : en plus des hypothèses déjà précisées dans l'introduction (hypothèses *H*), on suppose que les seuils d'écoulement τ_0 dans les grains sont négligeables par rapport aux cissions réduites τ —ce qui permet de ramener le problème à celui de la viscoélasticité linéaire anisotrope. Si l'on adopte une loi isotrope de distribution des orientations des grains et si l'on se restreint, pour simplifier les calculs, au cas de l'isotropie et de l'incompressibilité élastiques, le problème en traction simple peut être alors entièrement résolu : il suffit d'appliquer la transformation de Laplace-Carson aux solutions du problème élastique [8] et d'exprimer que la déformation purement visqueuse de la matrice, à l'infini est la moyenne des déformations visqueuses dans les différents grains, dont chacun est considéré comme inclusion. On parvient ainsi [9] à déterminer la loi de comportement de la matrice (dont on sait seulement au départ qu'elle est viscoélastique, linéaire et isotrope) et à calculer les contraintes internes dans chaque grain. On montre que la contrainte locale σ_{ij} peut être exprimée, pour le problème considéré, (fluage en traction simple), sous la forme :

$$\sigma_{ij} = \Sigma_{ij} + 2\mu(1 - \beta)f_0(E_{ij}^p)(E_{ij}^p - \varepsilon_{ij}^p) \quad (3)$$

où $f_0(E_{ij}^p)$, calculée numériquement à partir de la solution de deux équations intégrales, est indépendante de l'inclusion considérée. C'est une fonction positive décroissante dont

la valeur initiale $f_0(0)$ est égale à l'unité, et qui est représentée sur la Fig. 1. La relation (3) représente la loi d'interaction *a posteriori* cherchée.

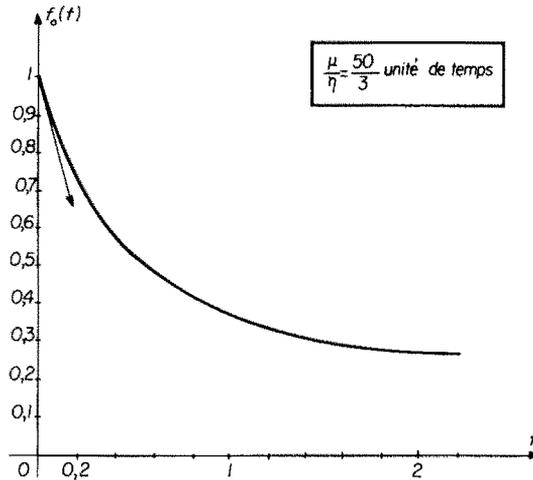


FIG. 1. Variation de f_0 en fonction du temps à contrainte constante.

On retrouve ainsi les conclusions qualitatives précédentes sur la validité de la loi de Kröner: celle-ci ne convient aux problèmes d'interaction viscoplastique qu'au tout début de l'écoulement, puisque, dans ce cas, on a $f_0(E_{ij}^p) = 1$ et donc que (3) s'identifie alors à (2); au-delà, elle surestime les contraintes internes.

Dans le cas où les seuils d'écoulement τ_0 ne peuvent plus être négligés, on peut, en s'inspirant de la relation (3), adopter une loi d'interaction *a priori* de la forme:

$$\sigma_{ij} = \Sigma_{ij} + 2\mu(1 - \beta) \cdot f \cdot (E_{ij}^p - e_{ij}^p) \quad (4)$$

où f est une fonction empirique, à ajuster avec les résultats expérimentaux, mais dont on connaît à l'avance certaines propriétés qui découlent des observations précédentes: elle dépend de Σ_{ij} , de E_{ij}^p , de τ_0 , ainsi que de la proportion des grains "actifs" (c'est-à-dire en écoulement viscoplastique); c'est une fonction décroissante de ce dernier paramètre, ainsi que de E_{ij}^p , égale à 1 quand ces deux variables sont nulles, et prenant ses valeurs dans l'intervalle $[0, 1]$.

Il va de soi cependant qu'une telle relation ne peut être qu'approchée, et que, en général, c'est une relation fonctionnelle qu'il faudrait adopter. Nous l'utiliserons cependant dans toute la suite, sous le nom de "loi de Kröner modifiée", pour définir un modèle statistique polycristallin et en étudier la réponse à quelques sollicitations élémentaires en traction simple.

3. ETUDE D'UN MODELE STATISTIQUE ET CONFRONTATION A L'EXPERIENCE

Un modèle statistique polycristallin en viscoplasticité peut être défini par la donnée de trois éléments:

- une loi de distribution statistique des orientations des différents grains : nous adopterons une loi isotrope, quel que soit l'état de déformation ;
- une loi d'interaction : nous adopterons la relation (4), en déterminant la fonction f à partir de certains résultats expérimentaux ;
- une loi de comportement du monocristal : nous adopterons les hypothèses déjà précisées dans l'introduction (hypothèses H). La relation d'écoulement pour le système principal s'écrit alors :

$$\tau = \tau_0 + h\gamma + \eta\dot{\gamma} \quad \text{si} \quad \tau > \tau_0 + h\gamma \quad (5)$$

où γ représente le glissement unitaire dans le plan de glissement de normale unitaire n_i et dans la direction de glissement de vecteur unitaire m_j . Si l'on pose :

$$\alpha_{ij} = \frac{1}{2}(m_i n_j + m_j n_i), \quad (6)$$

on a alors :

$$\begin{cases} \tau = \alpha_{ij} \sigma_{ij} \\ \varepsilon_{ij}^p = \gamma \alpha_{ij} \end{cases} \quad (7)$$

h , coefficient d'écroutissage propre au monocristal, peut le plus souvent être négligé par rapport à μ . η est un coefficient de viscosité. τ_0 , h et η sont supposés identiques pour tous les grains. On supposera l'élasticité isotrope.

Pour la traction simple ($\Sigma_{33} = \Sigma_1$ est seul différent de 0), on montre [9] que E_{ij}^p s'écrit simplement, en posant $m = \alpha_{33}$:

$$E_{ij}^p = E^p A_{ij} = E^p \begin{pmatrix} -\frac{1}{2} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \overline{\gamma m} A_{ij} \quad (8)$$

(\bar{X} désigne la moyenne de la quantité X effectuée sur tous les grains du polycristal). On a des relations analogues pour \dot{E}_{ij}^p , \dot{E}^p et $\dot{\gamma}$. m varie entre $2/(3\sqrt{6})$ et $\frac{1}{2}$ pour le système cubique à faces centrées (c.f.c.).

(a) Réponse à un créneau de charge

On cherche la loi de fluage macroscopique donnant E^p en fonction du temps t . Pour cela, il suffit de calculer la cission τ d'après (7) et la loi d'interaction (4), de reporter l'expression trouvée dans la loi de comportement du monocristal (5) pour les grains actifs, puis de faire la moyenne de la relation obtenue sur tous les grains actifs en utilisant la relation (8). Plusieurs cas sont à envisager :

- si $\Sigma_1 < 2\tau_0$: τ est inférieur à τ_0 quel que soit m ; il n'y a donc pas de fluage ($E^p = 0$) ;
- si $\Sigma_1 > (3\sqrt{6}/2)\tau_0$: tous les grains participent d'emblée à l'écoulement plastique. Pour $h \neq 0$, on trouve alors aisément :

$$\eta \dot{E}^p + [h + \mu(1 - \beta)(1 - 3\overline{m^2})f] E^p = \overline{m^2} \Sigma_1 - \overline{m} \tau_0 \quad (9)$$

où $\overline{m} \simeq 0,452$ et $\overline{m^2} \simeq 0,206$ peuvent être calculés exactement [9]. Si $h = 0$, lorsque $t \rightarrow \infty$, $f \cdot E^p$ doit tendre vers une limite finie b , comprise entre 0 et c , avec :

$$c = \frac{\overline{m^2} \Sigma_1 - \overline{m} \tau_0}{\mu(1 - \beta)(1 - 3\overline{m^2})} \quad (10)$$

Si $b < c$: le fluage est illimité et E^p tend vers une constante.

Si $b = c$: ou bien le fluage est illimité mais E^p tend vers 0; ou bien le fluage est limité et la déformation limite E^p_∞ est supérieure ou égale à c —l'égalité ayant lieu pour $f \equiv 1$ (loi de Kröner).

On peut ainsi retrouver, avec une fonction f adéquate, la plupart des lois de fluage proposées classiquement. Nos expériences de fluage, réalisées sur fils minces de cuivre recuit, à la température de 26°C, et pour des contraintes de l'ordre de 10 kg/mm², ont conduit à une loi de fluage en $t^{1/\alpha}$ avec $\alpha \simeq 20$. Pour retrouver une telle loi de fluage, il suffit de prendre :

$$\begin{cases} E^p < E^p_0 & f = 1 \\ E^p > E^p_0 & f = \frac{E^p_0}{(1-a)E^p} \left\{ 1 - a \left[\frac{(\alpha-1)a}{\alpha a - 1 + [E^p(1-a)/E^p_0]} \right]^{\alpha-1} \right\} \end{cases} \quad (11)$$

avec

$$\begin{cases} E^p_0 = E^p(t_0) = \frac{\bar{m}^2 \Sigma_1 - \bar{m} \tau_0}{\mu(1-\beta)(1-3\bar{m}^2)} (1-a) \\ a = e^{-(\alpha-1)/\alpha} \end{cases} \quad (12)$$

On trouve alors en effet, pour $t > t_0$, la loi de fluage :

$$E^p = \frac{\bar{m}^2 \Sigma_1 - \bar{m} \tau_0}{\mu(1-\beta)(1-3\bar{m}^2)} \left[(\alpha-1)a \left(\frac{t}{t_0} \right)^{1/\alpha} + 1 - \alpha a \right]. \quad (13)$$

Pour $t < t_0$, le fluage est de type "exponentiel décroissant", mais comme les résultats expérimentaux conduisent à prendre pour t_0 une valeur de quelques fractions de seconde, on peut considérer que l'expression (13) est valable dès le début. Par ailleurs, comme le montre la formule (13), suivant laquelle E^p dépend linéairement de Σ_1 , le modèle envisagé ne peut être considéré que comme un modèle "tangent", valable seulement pour une zone étroite de contraintes autour de Σ_1 .

Si $2\tau_0 < \Sigma_1 < (3\sqrt{6}/2)\tau_0$: certains grains seulement participent d'emblée à l'écoulement plastique (pour $m > \tau_0/\Sigma_1$). Mais, sous l'effet des contraintes internes dues à l'écoulement des grains actifs, une certaine proportion de grains inactifs peut être progressivement entraînée au glissement: il s'agit d'un effet d'"entraînement" viscoplastique au glissement qui est directement lié à la désorientation des grains.

Plus précisément, il existe à tout instant une valeur frontière m^* de m , définie par $\tau(m^*) = \tau_0$, et telle que les grains de caractéristique m supérieure à m^* sont en écoulement plastique tandis que les autres sont inactifs. On a aisément, pour $h = 0$:

$$\frac{1}{m^*} = M^* = \frac{\Sigma_1 + 3\mu(1-\beta)f \times E^p}{\tau_0} \quad (14)$$

où, d'après les propriétés annoncées de la fonction f , celle-ci dépend elle-même de M^* par l'intermédiaire de la proportion de grains actifs, avec $\partial f / \partial M^* < 0$. Par suite, l'effet d'entraînement ($\dot{M}^* > 0$) se produit si la condition suivante est vérifiée

$$f + E^p \frac{\partial f}{\partial E^p} > 0. \quad (15)$$

C'est bien le cas pour la formule de Kröner ; c'est aussi le cas pour la fonction f donnée par (11) : la condition (15) exprime simplement que, pour $\Sigma_1 > (3\sqrt{6}/2)\tau_0$, le fluage est non accéléré (phases primaire et secondaire).

En procédant comme dans le cas précédent, on obtient l'équation de fluage sous la forme :

$${}_n\dot{E}^p + \mu(1 - \beta)(1 - 3\langle m^2 \rangle)E^p \cdot f(\Sigma_1, E^p, \tau_0, M^*) = \langle m^2 \rangle \Sigma_1 - \langle m \rangle \tau_0 \quad (16)$$

où :

$$\langle m \rangle = \int_{m^*}^{1/2} mP(m) dm \quad \text{et} \quad \langle m^2 \rangle = \int_{m^*}^{1/2} m^2 P(m) dm \quad (17)$$

$P(m)$ est la densité de probabilité normée du coefficient d'orientation m ; l'hypothèse faite de distribution isotrope des orientations des grains c.f.c. permet de la calculer explicitement (Fig. 2), ainsi que les grandeurs $\langle m \rangle$ et $\langle m^2 \rangle$ [9]. Ceci permet de résoudre complètement le

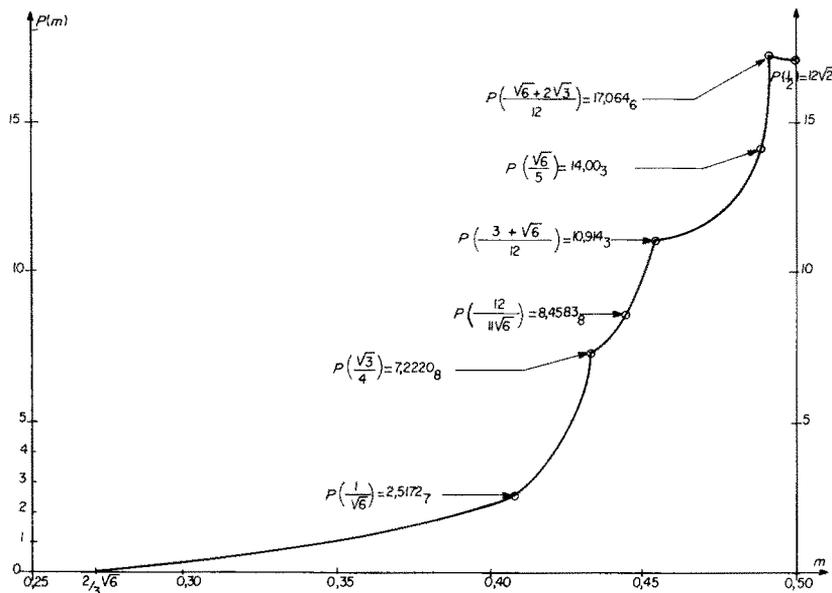


FIG. 2. Variation de $P(m)$.

problème de fluage, à partir de la variation de M^* en fonction du temps ; celle-ci est donnée par l'équation :

$$\left\{ \begin{aligned} \eta \frac{\tau_0 - 3\mu(1 - \beta)E^p(\partial f / \partial M^*)}{3\mu(1 - \beta)[f + E^p(\partial f / \partial E^p)]} \dot{M}^* &= M_0^* - M^* + 3\langle m^2 \rangle M^* - 3\langle m \rangle \\ \text{où } M_0^* &= \frac{\Sigma_1}{\tau_0} \end{aligned} \right. \quad (18)$$

Deux cas se présentent alors, suivant que M_0^* est inférieur ou supérieur à la quantité :

$$M_l^* = \frac{3\sqrt{6}}{2} + 3\bar{m} - \frac{9\sqrt{6}}{2} \frac{\bar{m}^2}{m^2} \simeq 2,757 \quad (19)$$

- si $2 < M_0^* < M_l^*$ = il subsistera toujours une certaine proportion de grains inactifs ;
- si $M_l^* < M_0^* < 3\sqrt{6}/2$ = tous les grains finiront par glisser, au bout d'un certain "temps d'entraînement", d'autant plus long que Σ_1 est plus petit.

De plus le premier cas peut correspondre à une zone de fluage limité et le second à une zone de fluage illimité. Cette conclusion rejoint les résultats expérimentaux obtenus sur des fils de cuivre en traction simple, à la température ambiante (Fig. 3) : on a observé un domaine de fluage limité entre 4,3 et 6,2 kg/mm², et illimité au-delà. Le rapport de ces deux contraintes, soit 1,44, est proche de la valeur théorique donnée par le modèle, soit $(M_l^*/2) \simeq 1,38$.

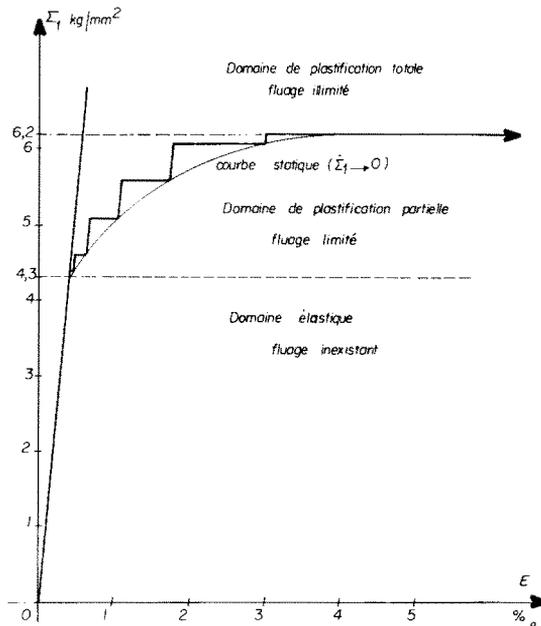


FIG. 3. Domaines de fluage en traction simple (résultats expérimentaux).

(b) Réponse à une décharge partielle en cours de fluage

On impose la contrainte constante Σ_1 , puis, à l'instant θ , la décharge partielle $\Delta\Sigma = \Sigma_1 - \Sigma_2$, avec $\Sigma_2 > (3\sqrt{6}/2)\tau_0$. La cission réduite dans chaque grain subit alors une variation instantanée, qui peut entraîner l'arrêt du glissement plastique. Si cet arrêt ne se produit que pour une certaine proportion de grains, tandis que l'écoulement se poursuit dans les autres grains, on constate le même effet d'"entraînement" viscoplastique que précédemment : suivant les valeurs de θ , de Σ_2 et de $\Delta\Sigma$, on peut alors observer une période d'"hésitation au fluage" ("delay-time"), durant laquelle la totalité des grains bloqués est progressivement réentraînée au glissement plastique.

Nous ne rapporterons ici que les résultats obtenus dans le cas où la loi d'interaction est celle de Kröner (2), en nous contentant d'indiquer sans démonstration les modifications introduites par l'adoption d'une loi d'interaction telle que (4).

Le principe du calcul est le suivant : à partir de $E^p(t)$, solution de (9) (pour $f = 1$), on calcule $\gamma(\theta)$, $\dot{\gamma}(\theta_-)$, $\tau(\theta_-)$ pour tout m . Si $\tau(\theta_+) = \tau(\theta_-) - m\Delta\Sigma$ est inférieur au seuil d'écoulement $[\tau_0 + h\gamma(\theta)]$, le glissement s'arrête dans le grain de coefficient m . Cette condition s'écrit encore :

$$\eta\dot{\gamma}(\theta_-) \leq m\Delta\Sigma. \quad (20)$$

L'égalité se produit pour $m = m^*(\theta)$, avec :

$$m^*(\theta) = \frac{1}{M^*(\theta)} = \frac{\tau_0 + [h + \mu(1 - \beta)]\gamma[m^*(\theta)]}{\Sigma_2 + 3\mu(1 - \beta)E^p(\theta)} \quad (21)$$

où $\gamma[m^*(\theta)]$ est le glissement à l'instant θ dans le grain de caractéristique $m^*(\theta)$.

Mais, à mesure que t augmente, E^p augmente aussi, de même que la cission dans les grains bloqués :

$$\tau = m[\Sigma_2 + 3\mu(1 - \beta)E^p] - \mu(1 - \beta)\gamma(\theta). \quad (22)$$

Ainsi, à chaque instant, il existe là encore une valeur frontière $m^*(t)$ séparant l'ensemble des grains actifs de l'ensemble des grains bloqués, égale à $m^*(\theta)$ pour $t = \theta$ et décroissant au-delà. On a, à tout instant :

$$m^*(t) = \frac{1}{M^*(t)} = \frac{\tau_0 + [h + \mu(1 - \beta)]\gamma[m^*(t)]}{\Sigma_2 + 3\mu(1 - \beta)E^p(t)} \quad (23)$$

où $\gamma[m^*(t)]$ est le glissement à l'instant θ dans le grain de caractéristique $m^*(t)$. A partir des relations d'écoulement, on obtient l'équation différentielle de M^* :

$$\eta\dot{M}^* = [h + \mu(1 - \beta)][M^*(\theta) - M^*] + 3\mu(1 - \beta)[\langle m^2 \rangle M^* - \langle m \rangle] \quad (24)$$

où $\langle m \rangle$ et $\langle m^2 \rangle$ sont fonction de M^* , d'après (17).

Le comportement pour $t > \theta$ diffère suivant la valeur de $M^*(\theta)$. Pour $h = 0$, on a les différents cas suivants :

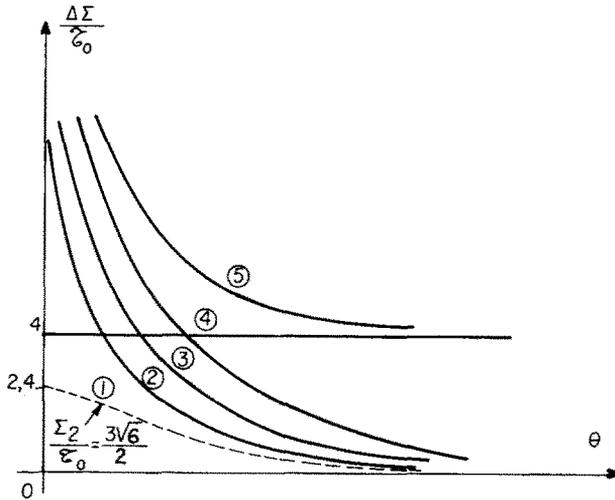
— si $M^*(\theta) > (3\sqrt{6}/2)$: l'écoulement se poursuit dans tous les grains pour $t > \theta$;
 — si $M^*_1 < M^*(\theta) < (3\sqrt{6}/2)$: il y a blocage partiel à l'instant θ , puis reprise progressive de l'écoulement dans tous les grains inactifs. La reprise est totale au bout d'une période d'hésitation au fluage", de durée T_h donnée par :

$$T_h = \frac{\eta}{\mu(1 - \beta)} \int_{M^*(\theta)}^{3\sqrt{6}/2} [M^*(\theta) - M^* + 3\langle m^2 \rangle M^* - 3\langle m \rangle]^{-1} dM^*; \quad (25)$$

— si $2 < M^*(\theta) < M^*_1$: la reprise n'est que partielle ; il restera toujours une certaine proportion de grains inactifs, l'effet d'"entraînement" viscoplastique étant insuffisant pour assurer leur déblocage ;

— si $M^*(\theta) < 2$: dans un premier domaine, il y a blocage total et indéfini ; au-delà, il y a apparition de glissement renversé.

L'ensemble de ces possibilités est récapitulé sur la Fig. 4, pour Σ_2 fixé, dans le plan $(\Delta\Sigma/\tau_0, \theta)$.



- ① non hésitation (pas de blocage initial).
- ② blocage initial partiel, puis reprise totale (hésitation)
- ③ blocage initial partiel, puis reprise partielle
- ④ blocage initial total (pas de reprise)
- ⑤ renversement du glissement.

FIG. 4. Réponse à une décharge partielle en cours de fluage (Σ_2/τ_0 fixé).

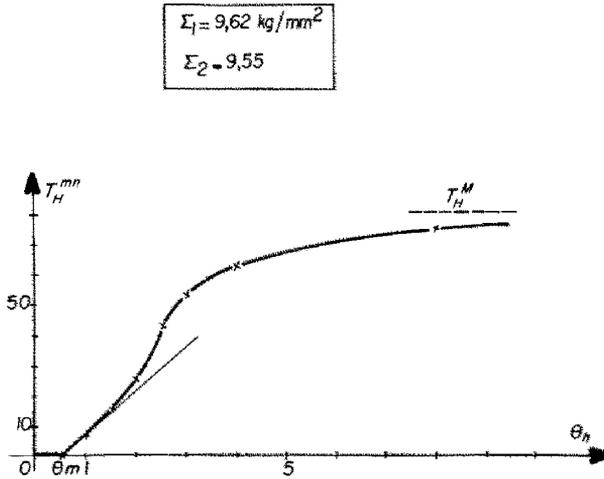
L'étude expérimentale de l'hésitation au fluage sur des fils de cuivre avait déjà permis [10] d'observer l'essentiel de ces propriétés. Il subsiste cependant entre les résultats expérimentaux et les conclusions du modèle quand il est muni de la loi de Kröner, quelques désaccords, dont les principaux sont les suivants :

— selon le modèle, la concavité de la courbe de fluage après décharge partielle reste toujours négative alors que l'expérience montre le contraire ;

— selon le modèle, quand θ augmente à Σ_1 et Σ_2 fixés, le temps d'hésitation T_h croît indéfiniment, alors que l'expérience montre la possibilité d'une limite finie (Fig. 5).

Mais si l'on reprend l'étude du modèle en adoptant cette fois la loi d'interaction (4), on peut montrer [9] que ces désaccords sont levés, les autres propriétés étant conservées.

Remarque. Pour les deux types de chargement étudiés aux Paragraphes (a) et (b), il est clair que les propriétés dégagées pour le modèle (effet d'entraînement, hésitation) sont directement liées aux contraintes internes dues à la désorientation relative des grains du polycristal. Ainsi le monocristal qui sert de base au modèle ne répond, quand il est isolé, que de deux façons à une décharge partielle en cours de fluage : poursuite de l'écoulement à plus faible vitesse ou blocage total et définitif. Il est donc possible d'interpréter l'hésitation comme un phénomène d'origine purement intergranulaire—ce qui n'exclut pas, bien sûr, l'existence de propriétés analogues à l'échelle intracrystalline.

FIG. 5. Influence de θ sur le temps T_H (résultats expérimentaux).

(c) Surcharge de faible amplitude en cours de fluage

Les paramètres sont toujours Σ_1 et θ , avec cette fois $\Delta\Sigma = \Sigma_2 - \Sigma_1 > 0$. On se limite au cas où $\Sigma_1 \geq (3\sqrt{6}/2)\tau_0$. En utilisant pour f la fonction donnée par (11) avec $\alpha = 20$, on montre que, si $\Delta\Sigma$ est petit devant Σ_1 , le modèle présente la propriété de similitude approchée suivante: la différence $\Delta E^p(t, \theta)$, à Σ_1 et Σ_2 fixés, entre la déformation plastique calculée à l'instant $t > \theta > t_0$ et la déformation plastique au même instant pour un essai à contrainte constante Σ_1 ne dépend en fait pratiquement que de $\xi = (t - \theta)/\theta$. Ainsi sur la Fig. 6, on a porté $\Delta E^p(t, 2\theta)$ en fonction de $\Delta E^p(t, \theta)$ pour une même valeur de ξ ; ces quantités ont été calculées pour $\Sigma_1 = 9,55 \text{ kg/mm}^2$, $\Delta\Sigma = 0,25 \text{ kg/mm}^2$, $\eta = 10^{-5} \text{ h} \times \text{kg/mm}^2$ et $\theta = 1 \text{ h}$. On voit que la courbe obtenue est sensiblement une droite de pente 1,05 (si la similitude avait été rigoureuse, on aurait obtenu une droite de pente 1).

Or des essais expérimentaux antérieurs, réalisés sur fils de cuivre dans des conditions de contraintes analogues, avaient permis [9] d'observer une similitude presque parfaite pour des valeurs de θ variant de 1 h à 8 h.

4. CONCLUSIONS

On a vu sur quelques exemples que la présence de joints de grains dans le polycristal et des contraintes internes qui leur sont liées est responsable de propriétés mécaniques propres au polycristal, d'origine intercrystalline, telles que l'effet d'"entraînement" viscoplastique au glissement. Malgré l'extrême simplification des hypothèses constitutives du modèle proposé (avant tout celle du glissement unique), on a même pu obtenir, à condition d'adopter une loi d'interaction plus complexe de celle de Kröner, et tout au moins dans une gamme étroite de contraintes, un assez bon accord, qualitatif et quantitatif, avec les résultats expérimentaux. On a pu en particulier, une fois déterminée la fonction empirique d'interaction f à partir d'un certain type d'expérience, en déduire d'autres propriétés pour des essais différents (surcharge).

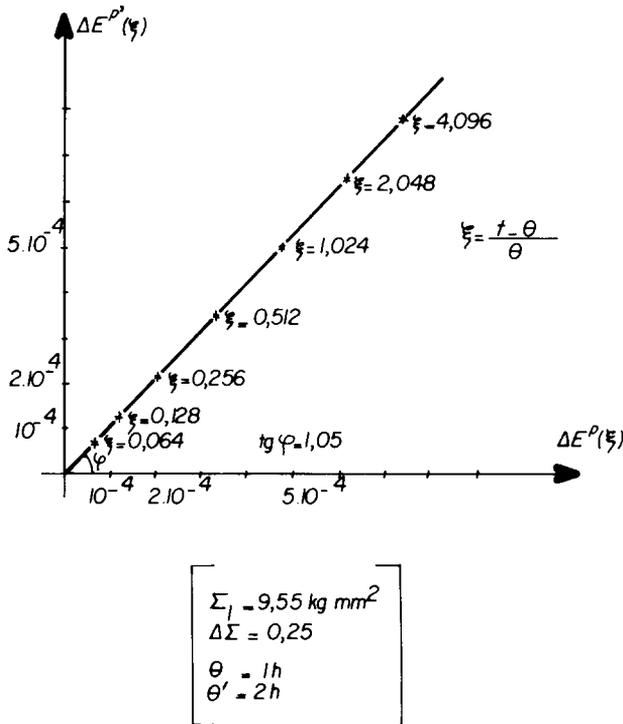


FIG. 6. Propriété de similitude approchée (modèle).

L'adoption de la relation (4) a un inconvénient de principe, puisqu'elle fait intervenir une fonction empirique dont on ne connaît à l'avance que les propriétés de croissance et la valeur dans certains cas extrêmes. Elle a cependant un double avantage pratique: d'une part elle permet une évaluation des contraintes internes en viscoplasticité plus fine que la loi de Kröner; d'autre part elle permet l'ajustement de la fonction empirique, au départ indéterminée, sur les résultats expérimentaux et, du même coup, la correction, d'une manière globale, de certaines des insuffisances du modèle liées aux excès des simplifications adoptées.

Il semble bien, plus généralement, que l'adoption d'un modèle statistique analytique capable de prendre en compte la contribution individuelle de chaque famille de grains de même orientation à la déformation totale offre de grandes possibilités, en particulier dans l'étude de régimes transitoires du polycristal où les différents grains de l'agrégat présentent, suivant leur orientation, de fortes différences de comportement. Les progrès à faire dans ce sens portent avant tout sur une évaluation plus rigoureuse des contraintes internes en viscoplasticité et sur une meilleure approximation du comportement du monocristal.

Remerciements—L'auteur exprime sa vive reconnaissance à Monsieur le Professeur J. Mandel, pour l'intérêt qu'il a porté à ce travail.

REFERENCES

- [1] T. H. LIN, Slip and stress fields of a polycrystalline aggregate at different stages of loading. *J. Mech. Phys. Solids* **12**, 391 (1964).
- [2] J. MANDEL, Plasticité Classique et Viscoplasticité, Cours C.I.S.M., Udine (1971).
- [3] G. SACHS, *Z. Ver. dt. Ing.* **72**, 734 (1928).
- [4] G. I. TAYLOR, Plastic strain in metals. *J. Inst. Metals* **62**, 307 (1938).
- [5] E. KRÖNER, Zur Plastischen Verformung des Viel-Kristalls. *Acta Met.* **9**, 155 (1961).
- [6] B. BUDIANSKY et T. T. WU, Theoretical Prediction of Plastic Strains of Polycrystals, *Proc. 4th Cong. Appl. Mech.*, p. 1175 (1962).
- [7] J. D. ESHELBY, The determination of the elastic field of an ellipsoidal inclusion, and related problems. *Proc. R. Soc. A* **241**, 376 (1957).
- [8] Z. HASHIN, The inelastic inclusion problem. *Int. J. Engng Sci.* **7**, 11 (1969).
- [9] A. ZAOUÏ, Etude de l'Influence Propre de la Désorientation des Grains sur le Comportement Viscoplastique de Métaux Polycristallins, (Système c.f.c.), Thèse, Paris (1970).
- [10] L. BRUN et A. ZAOUÏ, Sur l'hésitation au fluage, *Cah. Grpe. fr. Rhéol.* **5**, 267 (1967).

(Received 19 October 1971)

Abstract—A theoretical and experimental investigation of some viscoplastic properties of f.c.c. polycrystals, which are linked with the orientation misfit of the grains in the aggregate and with the resulting internal stresses, is presented. Starting from an approximate evaluation of these stresses in the case of viscoplastic flow, a statistical model is constructed, and its response to various loadings (simple tension) is studied. A good agreement with experimental results is observed and this enables one, especially, to bring out an intergranular viscoplastic “dragging” effect and to emphasize the importance of an analytical taking into account of the individual contribution of each equally oriented grain family to the polycrystal viscoplastic behaviour.

Абстракт—Дается теоретическое и экспериментальное исследование некоторых вязкопластических свойств гранецентрированных кубических поликристаллов. Эти свойства связаны с направлением зерн в совокупности и суммарными внутренними направлениями. Исходя из приближенного определения этих направлений, для случая вязкопластического течения, дается статистическая модель и исследуется ее поведение под влиянием разных нагрузок /простое растяжение/. Наблюдается хорошее согласие с экспериментальными результатами. Особенно, такой подход дает возможность подчеркнуть эффект междузерного вязкопластического “сопротивления” и важность аналитического учета индивидуального содействия каждой равно направленной фамилии зерн в поведении вязкопластических поликристаллов.